मूलभूत-आकृतीनां ज्ञानम्

अध्यायः 5

5.1 भूमिका

अस्मान् परितः वयं यं कमपि आकारं पश्यामः सः वक्रैः अथवा रेखाभिः निर्मितः भवति। वयम् अस्माकं परिवेशे कोणान्, प्रान्तभागान् , तलान्, उद्घाटितवक्रान् अपि च पिहितवक्रान् पश्यामः। वयं एतान् रेखाखण्डेषु , कोणेषु त्रिभुजेषु, बहुभुजेषु वृत्तेषु च विभाजयामः। वयं प्राप्नुमः यत् एते विभिन्न-आकाराणाम् अथवा मापानां भवन्ति। आयान्तु एतेषां मापानां तोलनं कर्तुं काञ्चन विधीन् विकासयामः।

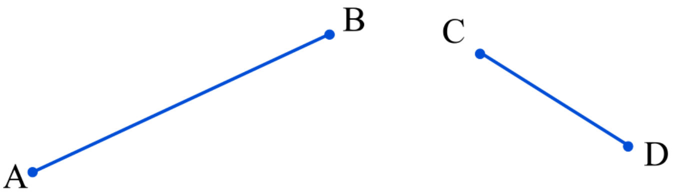
5.2 रेखाखण्डानां मापनम्

वयं तु अनेकवारं रेखाखण्डं दृष्टवन्तः अपि च आलिखितवन्तः। एकः त्रिभुजः त्रिभिः रेखाखण्डैः निर्मितः भवति। एकः चतुर्भुजः चतुर्भिः रेखाखण्डैः निर्मितो भवति।

एकः रेखाखण्डः एकस्याः रेखायाः निश्चितः भागः अस्ति। अनेन रेखाखण्डस्य मापनं कर्तुं शक्यते। प्रत्येकं रेखाखण्डस्य एषः मापः एका अद्वितीयसङ्ख्या अस्ति यः तस्य दीर्घता इत्युच्यते। वयम् इमाम् अवधारणां रेखाखण्डानां तुलनासम्बद्धे कार्ये प्रयोक्तुं शक्नुमः।

द्वयोः रेखाखण्डयोः मध्ये परस्परं तुलनां कर्तुं वयं तयोः लम्बयोः मध्ये एकस्य सम्बन्धस्य परिज्ञानं कुर्मः। एवम् अनेकविधीनां माध्यमेन कर्तुं शक्नुमः।

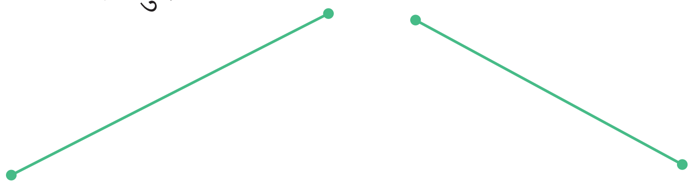
(i) दृष्ट्वा तुलना



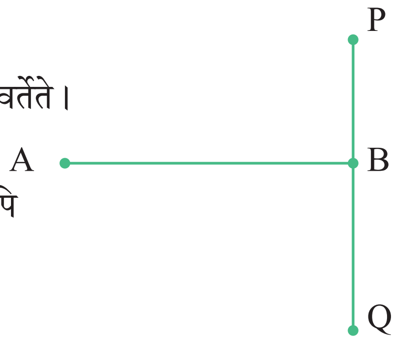
केवलं दृष्ट्वा एव किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति यत् उपरि दत्तरेखाखण्डयोः कः रेखाखण्डः दीर्घतरः अस्ति इति ?

भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् रेखाखण्डः $\overline{AB}$ बृहत्तरः अस्ति।

परन्तु भवन्तः भवतां सामान्यनिर्णयस्य विषये सदैव निश्चिताः भवितुं नार्हन्ति। उदाहरणार्थम्, अधोलिखितौ रेखाखण्डौ पश्यन्तु।



एतयोः द्वयोः अपि रेखाखण्डयोः लम्बयोः अन्तरं तावत् स्पष्टं नास्ति। अतः, अस्माकं कृते तुलनार्थम् अन्यविधीनाम् आवश्यकता अस्ति।



यथार्थतः, तु संलग्नाकृतौ AB अपि च PQ समानलम्बौ वर्तेते। एतदपि स्पष्टं नास्ति।

अतः अस्माकं कृते रेखाखण्डानां परस्परं तुलनार्थम् इतोऽपि उत्तमविधीनाम् आवश्यकता अस्ति।

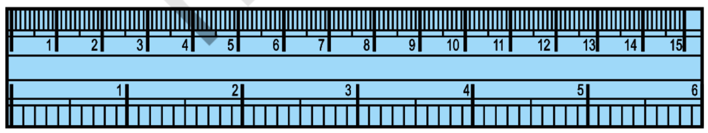
(ii) अनुरेखणद्वारा तोलनम्

$\overline{AB}$ अपि च $\overline{CD}$ एतयोः मध्ये तुलनां कर्तुं वयम् एकस्य अनुरेखण-कागदस्य प्रयोगं कुर्मः। वयं अनुरेखण-कर्गजे $\overline{CD}$ इत्यस्य अनुरेखणं कुर्मः अपि च इदम् अनुरेखणकर्गजे आलेखित-रेखाखण्डं $\overline{AB}$ इत्यस्य उपरि स्थापयामः।

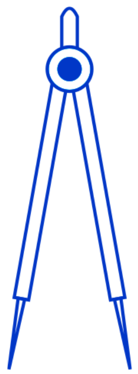
किम् अधुना भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति यत् $\overline{AB}$ अपि च $\overline{CD}$ इत्यनयोः मध्ये कः बृहत्तरः अस्ति इति ? एषः विधिः अस्य अंशस्य उपरि निर्भरः अस्ति यत् वयं कियत्या शुद्धतया अनुरेखणं कृतवन्तः इति। एतत् परित्यज्य यदि भवन्तः केनापि अन्येन रेखाखण्डेन तुलनां कर्तुं वाञ्छन्ति तर्हि अन्यस्य रेखाखण्डस्यापि अनुरेखणं कर्तव्यं भवति। एतत् कठिनम् अस्ति यतः रेखाखण्डानां तुलना कर्तव्या चेत् भवन्तः सदैव रेखाखण्डस्य अनुरेखणं कुर्वन्तः न भवन्ति।

(iii) मापिकाद्वारा अथवा विभाजनीद्वारा तुलना

किं भवन्तः भवतां ज्यामिति-पेटिकायां स्थापितवस्तूनि जानन्ति ? अन्यैः वस्तुभिः सह अत्र एका मापिका एका च विभाजनी अस्ति।



मापिका



विभाजनी

अवधानं यच्छन्तु यत् मापिकायाः उपरि चिह्नं कथम् अङ्कितम् अस्ति। इदं 15 समानभागेषु विभाजितम् अस्ति। प्रत्येकं भागस्य दीर्घता 1 सेमी अस्ति।

अत्र प्रत्येकं भागः पुनः उपविभजितः कृतः अस्ति। कथम् ? अनेन प्रकारेण उपविभाजितस्य प्रत्येकं भागस्य दीर्घता कः अस्ति ?

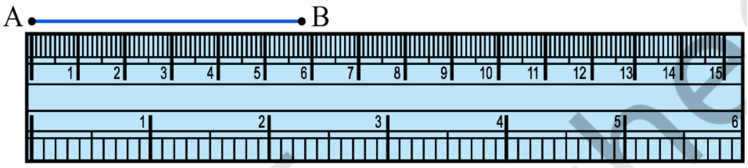
प्रत्येकं सेण्टीमीटर्-मापनं दशसु समानभागेषु उपविभाजितं कृतमस्ति। 1 से.मी. इत्यस्य प्रत्येकम् उपविभाजितः भागः 1 मि.मी. इति अस्ति।

कति मि.मी. योजनेन एकं सेण्टीमीटर् भवति ?

1 सेमी = 10 मिमी भवति चेत् वयं 2 से.मी. इति अपि च 3 मिमी इत्येतत् कथं लिखामः ? 7.7 सेमी इत्यस्यार्थः कः ?

> 1 मिमी 0.1 सेमी भवति,
> 2 मिमी 0.2 सेमी भवति,
> इत्यादिः। 2.3 सेमी इत्यस्य अर्थः भवति 2 सेमी अपि च 3 मिमी

चिन्तयन्तु AB इति रेखाखण्डस्य लम्बमानं मापनीयम् अस्ति। मापिकायाः शून्यचिह्नं A इत्यत्र स्थापयन्तु। B इत्यस्य सम्मुखचिह्नं मापिकायां पठन्तु।

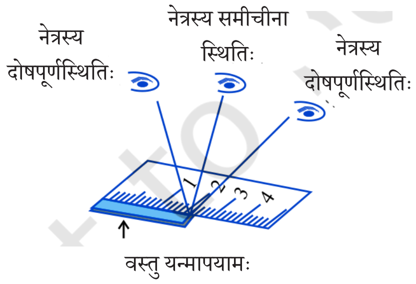


एतेन रेखाखण्डस्य AB इत्यस्य दीर्घता ज्ञाता भवति। चिन्तयन्तु एषः दीर्घता 5.8 से.मी. अस्ति। वयम् एतं लम्बम् AB = 5.8 सेमी इति लेखितुं शक्नुमः

अस्यां प्रक्रियायां त्रुटेः सम्भावना अस्ति। मापिकायाः स्थूलकारणतः तस्याः उपरि अङ्कितचिह्नं पठितुं कठिनता भवेत्।

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु।

1. अन्याः काः त्रुटयः अथवा कठिनताः अस्माकं पुरतः आगच्छन्ति ?
2. यदि मापिकायाः उपरि अङ्कितचिह्नान् उत्तमप्रकारेण न पठेत् तर्हि काः काः त्रुटयः भवितुम् अर्हन्ति ? एताभिः कथं रक्षिताः भवेम ?

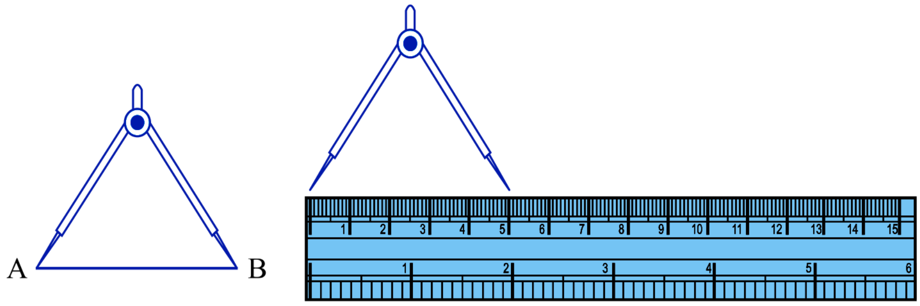


स्थितेः कारणं त्रुटयः

समीचीनमापनं स्वीकर्तुं नेत्रयोः स्थितिः अपि समीचीना भवेत्। नेत्रं चिह्नस्य साक्षात् उपरि भवेत्। अन्यथा तिर्यक् दर्शनेन त्रुटिः भवेत्।

किं वयं अनया समस्यया रक्षिताः भवेम ? किम् अस्याः अपेक्षया इतोऽपि उत्तमविधयः सन्ति ? आयान्तु दीर्घतां मापयितुं विभाजन्याः प्रयोगं कुर्मः।

विभाजनीं स्वीकुर्वन्तु। अस्याः एकस्य भुजस्य अन्त्यबिन्दुं A उपरि स्थापयन्तु अपि च अन्यस्य भुजस्य अन्त्यबिन्दुम् B उपरि स्थापयन्तु। तथैव स्वीकृत्य विभाजनीं मापिकायाः उपरि उक्तरीत्या स्थापयन्तु यत् एकः अन्त्यबिन्दुः मापिकायाः शून्यचिह्नस्य उपरि भवेत्। अधुना अन्यान्त्यबिन्दोः सम्मुखबिन्दुं पठन्तु। एषः एव रेखाखण्डः AB इत्यस्य दीर्घता अस्ति।



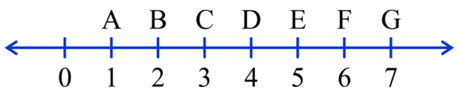
प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. एकं सन्देशपत्रं स्वीकुर्वन्तु। उपरि उक्तकौशलस्य प्रयोगं कृत्वा अस्य द्वयोः आसन्नभुजयोः मापनं कुर्वन्तु।
2. कानि अपि त्रीणि वस्तूनि चिन्वन्तु येषाम् उपरितन-प्रान्तभागाः समतलाः भवेयुः। विभाजन्याः अपि च मापिकायाः प्रयोगं कृत्वा उपरितन-प्रान्तभागानां सर्वासां भुजानां मापनं कुर्वन्तु।

अभ्यासः 5.1

1. रेखाखण्डानां तोलनं केवलं दृष्ट्वा करणेन का हानिः भवति ?
2. एकस्य रेखाखण्डस्य दैर्घ्यं मापयितुं मापिकापेक्षया विभाजन्याः प्रयोगः अधिकसमीचीनतरः अस्ति ?
3. कमपि AB इति रेखाखण्डं रचयन्तु। A अपि च B एतयोः मध्ये स्थितमेकं C इति बिन्दुं स्वीकुर्वन्तु AB, BC अपि च CA एतेषां दीर्घतां मापयन्तु। किं AB = AC + CB अस्ति ?

   (**टिप्पणी** : यदि कस्याम् अपि रेखायां बिन्दवः A,B,C अनेन प्रकारेण स्थिताः सन्ति यत् AC + CB = AB अस्ति तर्हि निश्चितरूपेण बिन्दुः C बिन्दोः A अपि च B अनयोः मध्ये एव स्थितः अस्ति।)
4. एकस्याः रेखायाः उपरि बिन्दवः A,B,C अनेन प्रकारेण स्थिताः सन्ति यत् AB = 5 से.मी., BC = 3 सेमी अपि च AC = 8 से.मी. अस्ति। एतेषु कः बिन्दुः अन्य-द्वयोः बिन्द्वोः मध्ये स्थितः अस्ति ?
5. परीक्षणं कुर्वन्तु यत् संलग्नाकृतौ D रेखाखण्डः AG इत्यस्य मध्यबिन्दुः अस्ति न इति।



6. B रेखाखण्डः AC इत्यस्य मध्यबिन्दुः अस्ति अपि च C रेखाखण्डः BD इत्यस्य मध्यबिन्दुः अस्ति, यत्र A,B,C अपि च D एकस्याम् एव रेखायां सन्ति। वदन्तु यत् AB = CD किमर्थमस्ति।
7 पञ्च-त्रिभुजान् आलिखन्तु अपि च ताः भुजाः मापयन्तु। प्रत्येकं स्थितौ परीक्षणं कुर्वन्तु यत् कयोः अपि द्वयोः भुजयोः दीर्घतयोः तृतीयभुजस्य दीर्घतापेक्षया सदैव बृहत्तरः अस्ति।

5.3 कोणः, समकोणः अपि च ऋजुकोणः

भवन्तः भूगोले दिशानां विषये श्रुतवन्तः। वयं जानीमः यत् चीनदेशः भारतस्य उत्तरे अपि च श्रीलङ्का दक्षिणे अस्ति इति। वयम् एतदपि जानीमः यत् सूर्यः पूर्वस्यां दिशि उदयति पश्चिमायां दिशि अस्तं गच्छति। आहत्य चतस्रः दिशः सन्ति।

ताः सन्ति– उत्तरदिशा , दक्षिणदिशा, पूर्वदिशा अपि च पश्चिमदिशा। किं भवन्तः जानन्ति यत् उत्तरस्य विरुद्धदिशि का दिक् वर्तते इति ?

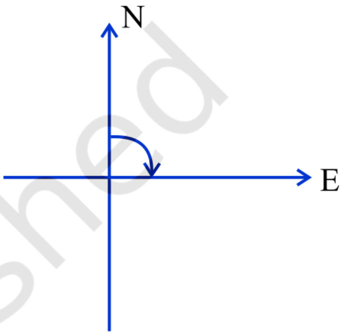
पश्चिमदिशायाः विरुद्धदिशि का दिक् वर्तते ?

भवन्तः आरम्भात् यत् जानन्ति तत्सर्वं स्मरन्तु। अधुना वयं कोणानां काञ्चन गुणान् अध्येतुम् अस्य ज्ञानस्य प्रयोगं कुर्मः।

एतत् कुर्वन्तु

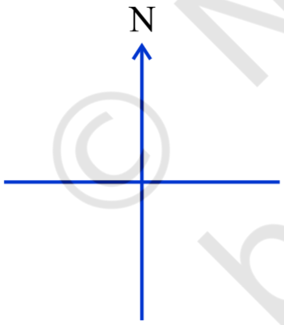
उत्तराभिमुखं तिष्ठन्तु।

ततः पूर्वाभिमुखं प्रदक्षिणं भ्रमन्तु।

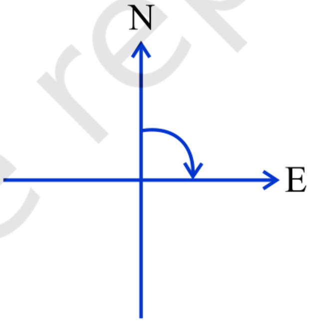


भवन्तः एकस्य समकोणस्य समानं भ्रमणं कृतवन्तः। पुनः एकं समकोणं प्रदक्षिणं कुर्वन्तु। इदानीं भवतां मुखं दक्षिणदिशि अस्ति। अधुना पुनः एकं समकोणम् अप्रदक्षिणं कुर्वन्ति चेत् तर्हि अधुना भवतां मुखं कस्यां दिशि अस्ति ? एषा पुनः पूर्वादिक् अस्ति ? (किमर्थम् ?)

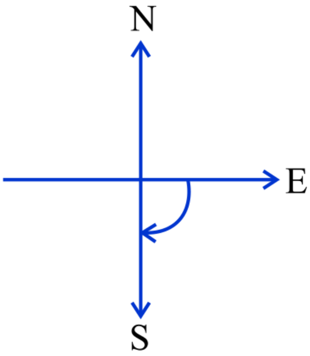
अधोलिखितस्थितीः पश्यन्तु।



भवन्तः उत्तराभिमुखिनः भूत्वा स्थितवन्तः



घटिकायाः दिशि एकं समकोणं भ्रमणेन अधुना भवन्तः पूर्वाभिमुखिनः भूत्वा स्थितवन्तः



एकस्य अन्यस्य समकोणस्य भ्रमणेन अन्ते दक्षिणाभिमुखिनः भूत्वा स्थितवन्तः

यदि उत्तराभिमुखात् दक्षिणाभिमुखपर्यन्तं यदि एकवारं समकोमद्वयं भ्रामयामः, तर्हि पूर्ववत् समानम् अस्ति वा ?

उत्तरतः पूर्वपर्यन्तं भ्रमणं एकेन समकोणेन समानं भ्रमणम् अस्ति।

उत्तरतः दक्षिणपर्यन्तं भ्रमणं द्वाभ्यां समकोणाभ्यां समानं भ्रमणम् अस्ति।

अस्य नाम ऋजुकोणः इति वदामः। NS एका सरलरेखा अस्ति।

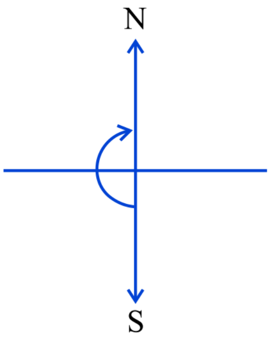
दक्षिणाभिमुखं तिष्ठन्तु।

एकेन ऋजुकोणेन समानं भ्रमन्तु।

अधुना भवन्तः कस्याः दिशायाः अभिमुखाः सन्ति ?

भवन्तः उत्तरदिशायाः अभिमुखाः सन्ति।

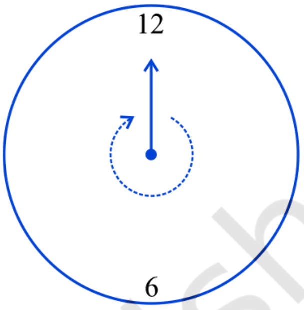
उत्तरतः दक्षिणपर्यन्तं भ्रमितुं भवन्तः एकेन ऋजुकोणेन समं भ्रमणं कृतवन्तः ।अनेन प्रकारेण द्वाभ्याम् ऋजुकोणाभ्यां समं तस्यामेव दिशि भ्रमणेन भवन्तः पूर्वस्थानम् एव प्राप्नुवन्ति।



चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु।

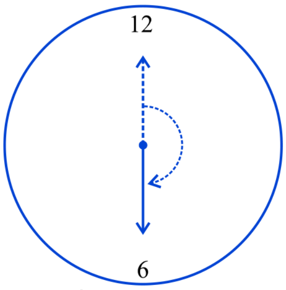
भवन्तः भवतां प्रारम्भिक-स्थिति-पर्यन्तम् आगन्तुम् एकस्यामेव दिशि कति समकोणान् भ्रामयामः ?

एकस्याम् एव दिशि द्वौ ऋजुकोणौ अथवा चतुरः समकोणान् भ्रमणेन एकं भ्रमणं सम्पूर्णं भवति। एतत् एकं पूर्णं भ्रमणं एकं परिभ्रमणम् इति कथ्यते। एकं सम्पूर्णं परिभ्रमणात्मक-कोणं सम्पूर्णकोणः इति वदामः।



वयं तु एतान् भ्रमणान् घटिषु द्रष्टुं शक्नुमः। यदा घट्याः एका सूची एकस्मात् स्थानात् अन्यस्थानं प्राप्नोति तदा सा एकस्मिन् कोणे भ्रमति।

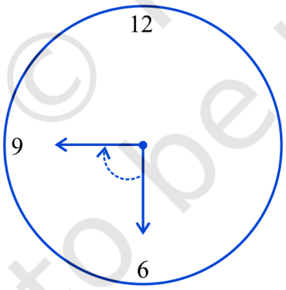
चिन्तयन्तु घट्याः एका सूची 12 इत्यनेन चलनस्य प्रारम्भं कृत्वा भ्रमणं कुर्वती 12 इत्यस्योपरि पुनः आगच्छति। किं तया सूच्या एकं भ्रमणं पूर्णं न कृतम् ? अतः सा कति समकोणम् अभ्रमत् ? उदाहरणानि पश्यन्तु।



12 इत्यस्मात् 6 पर्यन्तं

एकस्य सम्पूर्णभ्रमणस्य

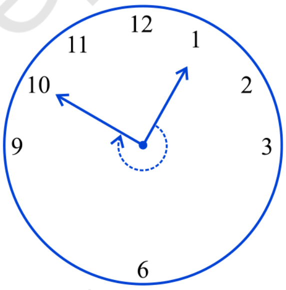
$\frac{1}{2}$ अथवा 2 समकोणः



6 इत्यस्मात् 9 पर्यन्तं

एकस्य सम्पूर्णभ्रमणस्य

$\frac{1}{4}$ अथवा 1 समकोणः



1 इत्यस्मात् 10 पर्यन्तं

एकस्य सम्पूर्णभ्रमणस्य

$\frac{3}{4}$ अथवा 3 समकोणः

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. अर्धभ्रमणस्य कृते कोणस्य नाम किम् ?
2. एकस्य पाद-भ्रमणस्य कृते कोणस्य नाम किम्?
3. एकस्याः घट्याः उपरि अर्धभ्रमणस्य, एकस्य पाद-भ्रमणस्य अपि च तृतीय-पादोन-भ्रमणस्य कृते पञ्च अन्यस्थितीः ददतु।

अवधानं यच्छन्तु यत् तृतीय-पादोन-भ्रमणस्य कृते कोणस्य किमपि विशेषं नाम नास्ति।

अभ्यासः 5.2

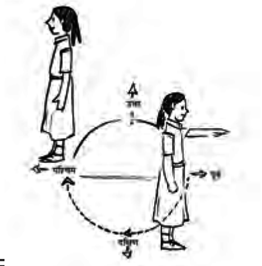
1. घट्याः घण्टाबोधिनी सूची एकस्य भ्रमणस्य कियता भाग-परिमाणेन भ्रमति ? यदा सा –

   (a) 3 तः 9 पर्यन्तं प्राप्नोति ?
   (b) 4 इत्यनेन 7 पर्यन्तं प्राप्नोति ?
   (c) 7 तः 10 पर्यन्तं प्राप्नोति ?
   (d) 12 इत्यनेन 9 पर्यन्तं प्राप्नोति ?
   (e) 1 इत्यनेन 10 पर्यन्तं प्राप्नोति ?
   (f) 6 इत्यनेन 3 पर्यन्तं प्राप्नोति ?

2. एकस्याः घट्याः सूची कुत्र विरमति यदि सा –

   (a) 12 तः प्रारम्भं कृत्वा घट्याः दिशि $\frac{1}{2}$ भ्रमणं कुर्मः तर्हि ?
   (b) 2 तः प्रारम्भं कृत्वा घट्याः दिशि $\frac{1}{2}$ भ्रमणं कुर्मः तर्हि ?
   (c) 5 तः प्रारम्भं कृत्वा घट्याः दिशि $\frac{1}{4}$ भ्रमणं कुर्मः तर्हि ?
   (d) 5 इत्यनेन प्रारम्भं कृत्वा घट्याः दिशि $\frac{3}{4}$ भ्रमणं कुर्मः तर्हि ?

3. भवन्तः कां दिशां पश्यन्तः भवेयुः यदि भवन्तः आरम्भे



(a) पूर्वाभिमुखं पश्यन्तः सन्ति अपि च घट्याः दिशि $\frac{1}{2}$ भ्रमणं कुर्वन्ति तर्हि ?

(b) पूर्वाभिमुखं पश्यन्तः सन्ति अपि च घट्याः दिशि $1\frac{1}{2}$ भ्रमणं कुर्वन्ति तर्हि ?

(c) पश्चिमाभिमुखं पश्यन्तः सन्ति अपि च घट्याः विरुद्धदिशि $\frac{3}{4}$ भ्रमणं कुर्वन्ति तर्हि ?

(d) दक्षिणाभिमुखं पश्यन्तः सन्ति अपि च सम्पूर्णम् एकं भ्रमणं कुर्वन्ति तर्हि ?

(किम् अस्य अन्तिमप्रश्नस्य कृते वयं घट्याः दिशायाः अपि च घट्याः विरुद्धदिशायाः विषये वार्तां कुर्याम? किमर्थम् ?)

4. भवन्तः एकस्य भ्रमणस्य कियतः भागान् भ्रमन्ति यदि भवन्तः

   (a) पूर्वाभिमुखं स्थित्वा घट्याः दिशि भ्रमणं कृत्वा उत्तराभिमुखं कुर्वन्ति तर्हि ?
   (b) दक्षिणाभिमुखं स्थित्वा घट्याः दिशि भ्रमणं कृत्वा पूर्वाभिमुखं कुर्वन्ति तर्हि ?
   (c) पश्चिमाभिमुखं स्थित्वा घट्याः दिशि भ्रमणं कृत्वा पूर्वाभिमुखं कुर्वन्ति तर्हि ?

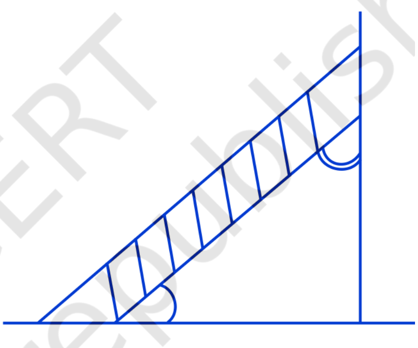
5. घट्याः घण्टाबोधिनीसूचीद्वारा भ्रमित-समकोणानां सङ्ख्यां जानन्तु यदा सा

   (a) 3 तः 6 पर्यन्तं प्राप्नोति।
   (b) 2 तः 8 पर्यन्तं प्राप्नोति।
   (c) 5 तः 11 पर्यन्तं प्राप्नोति।
   (d) 10 तः 1 पर्यन्तं प्राप्नोति।
   (e) 12 तः 9 पर्यन्तं प्राप्नोति।
   (f) 12 तः 6 पर्यन्तं प्राप्नोति।

6. भवन्तः कति समकोणान् भ्रमन्ति यदि भवन्तः आरम्भे
   (a) दक्षिणाभिमुखं स्थित्वा घट्याः दिशि भ्रमणं कृत्वा पश्चिमाभिमुखं कुर्वन्ति तर्हि ?
   (b) उत्तराभिमुखं स्थित्वा घट्याः विरुद्ध-दिशि भ्रमणं कृत्वा पूर्वाभिमुखं कुर्वन्ति तर्हि ?
   (c) पश्चिमाभिमुखं स्थित्वा पश्चिमाभिमुखं भ्रमन्ति तर्हि ?
   (d) दक्षिणाभिमुखं स्थित्वा उत्तराभिमुखं भ्रमन्ति तर्हि ?

7. घट्याः घण्टाबोधिनीसूची कुत्र विरमति यदि सा आरम्भे –
   (a) 6 तः 1 समकोणं भ्रमन्ति तर्हि ?
   (b) 8 तः 2 समकोणं भ्रमन्ति तर्हि ?
   (c) 10 तः 3 समकोणं भ्रमन्ति तर्हि ?
   (d) 7 तः 2 ऋजुकोणं भ्रमन्ति तर्हि ?

5.4 न्यूनकोणः, अधिककोणः अपि च प्रतिवर्तिकोणः

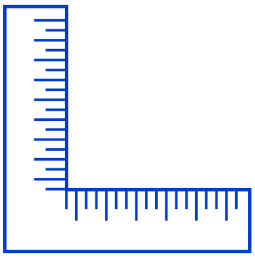


वयं दृष्टवन्तः यत् एकस्य समकोणस्य अपि च ऋजुकोणस्य अर्थः कः इति। परन्तु यः कोणः अस्माकं कृते द्रष्टुं लभ्यते सः सर्वदा एतादृश-प्रकारद्वयेन एव न भवति। एकया निःश्रेण्या द्वारे निर्मितकोणः न समकोणः अस्ति अथवा ऋजुकोणः अपि नास्ति।

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु।

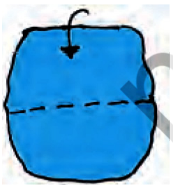
किम् एतादृशाः समकोणाः अपि सन्ति ये समकोणात् लघुतराः ?

किम् एतादृशाः समकोणाः अपि सन्ति ये समकोणात् बृहत्तराः ?



किं भवन्तः तक्षकस्य वर्गं दृष्टवन्तः ? एषः आङ्ग्लवर्णमालायाः 'L' अक्षरवत् भवति। सः अनेन समकोणानां परीक्षणं करोति। आयान्तु वयमपि समकोणानां परीक्षणं कर्तुम् एतादृशस्य एव परीक्षणयन्त्रस्य निर्माणं कुर्मः।

एतत् कुर्वन्तु



चरणम् 1
कागदस्य एकं भागं स्वीकुर्वन्तु

चरणम् 2
अमुं मध्ये पुटीकुर्वन्तु

चरणम् 3
ऋजुतटे पुनः पुटीकुर्वन्तु भवतां परीक्षणी सिद्धा अस्ति।

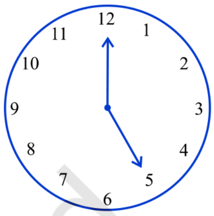
स्वनिर्मित-समकोण-परीक्षणीं पश्यन्तु (किं वयम् इमां समकोणीय-परीक्षणी इति वदामः?) किम् अस्याः एकः तटः द्वितीये सारल्येन स्थितः अस्ति ?

चिन्तयन्तु कोणसहितः कोऽपि आकारः दत्तः। भवन्तः अस्य आकारस्य कोणान् समकोणीयेण परीक्षणयन्त्रेण परीक्षितुं शक्नुवन्ति।

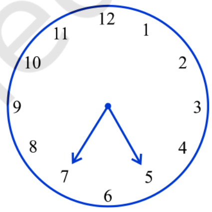
किम् अस्य प्रान्तभागः एकस्य कागदस्य कोणेन युज्यते ? यदि दृश्यते तर्हि एतत् कञ्चित् समकोणं दर्शयति।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. घट्याः घण्टाबोधिनी सूची 12 तः 5 पर्यन्तं चलति। किम् अस्याः भ्रमणं 1 समकोणात् अपि अधिकमस्ति ?



2. घट्यां एषः कोणः कथं दृश्यते ? घट्याः घण्टाबोधिनी सूची 5 तः 7 पर्यन्तं चलति। किं सूचीद्वारा भ्रमितकोणः 1 समकोणेन अपि अधिकः अस्ति ?

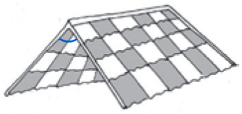


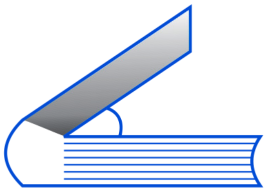
3. घट्यां सूचीनां स्थितिं अधोलिखित-प्रकारेण कृत्वा कोणानां परीक्षणं समकोणीय-परीक्षणी-द्वारा कुर्वन्तु।
   (a) 12 तः 2 पर्यन्तं गमनम्
   (b) 6 तः 7 पर्यन्तं गमनम्
   (c) 4 तः 8 पर्यन्तं गमनम्
   (d) 2 तः 5 पर्यन्तं गमनम्
4. कोणयुक्तान् पञ्च भिन्न-भिन्न-आकारान् स्वीकुर्वन्तु। कोणानां नाम लिखन्तु। स्व-परीक्षणीद्वारा एतेषां कोणानां परीक्षणं कुर्वन्तु अपि च प्रत्येकं स्थितेः परिणामान् एकस्मिन् कोष्ठके अधोलिखितरीत्या लिखन्तु।

कोणः	तस्मात् लघुः	तस्मात् बृहत्
A	....	....
B	....	....
C	....	....

अन्यनाम

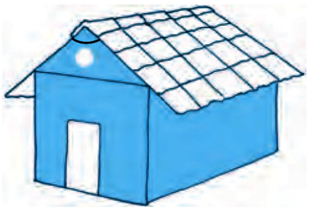
- समकोणात् लघुकोणः **न्यूनकोणः** इत्युच्यते। एषः कोणः न्यूनकोणः अस्ति।



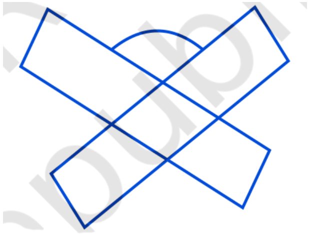


किं भवन्तः पश्यन्तः सन्ति यत् एतासु आकृतिषु प्रत्येकं भ्रमणं $\frac{1}{4}$ तः न्यूनम् अस्ति ? स्व-समकोणीय-परीक्षणी-द्वारा अस्य परीक्षणं कुर्वन्तु।

- यदि कोऽपि कोणः एकस्मात् समकोणात् बृहत्तरः अपि च ऋजुकोणात् लघुतरः वर्तते तर्हि सः एकः **अधिककोणः** इति वदामः। एते कोणाः अधिककोणाः सन्ति।



गृहम्

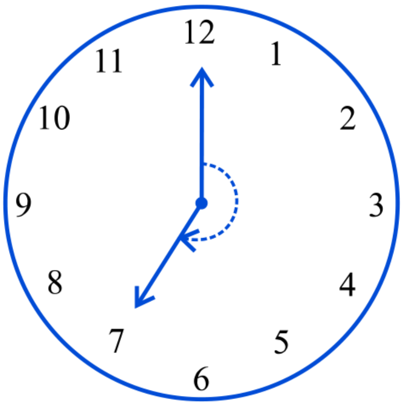


पठनोत्पीठिका

किं भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् एतासु प्रत्येकं $\frac{1}{4}$ भ्रमणतः अधिकाः सन्ति अपि च $\frac{1}{2}$ भ्रमणतः न्यूनम् अस्ति ? अस्य परीक्षणार्थं समकोणीय-परीक्षणी भवतां कृते सहाय्यतां करोति।

पूर्व-उदाहरणेषु अपि अधिककोणान् जानन्तु।

- एकः **प्रतिवर्तिकोणः** एकस्मात् ऋजुकोणात् बृहत्तरः भवति एवम् एकस्मात् सम्पूर्णकोणात् लघुतरः भवति। एतत् तु अस्याम् आकृतौ दर्शितप्रकारकं भवति। (घट्यां कोणं पश्यन्तु) भवन्तः एतस्मात् पूर्वम् आकृतीः निर्मितवन्तः आसन्, किं तासु आकृतिषु प्रतिवर्तिकोणः आसीत् ? भवन्तः अस्य परीक्षणं कथं कुर्वन्ति ?



प्रयत्नं कुर्वन्तु

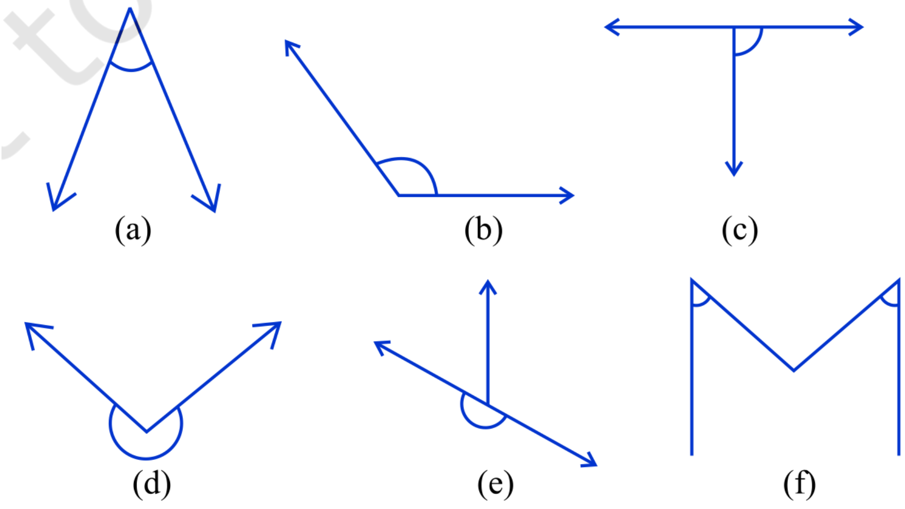
1. भवन्तः भवतां पार्श्वे पश्यन्तु अपि च कोणेषु विद्यमानान् प्रान्तभागान् जानन्तु ये कोणान् निर्मान्ति। एतादृश-दशस्थितीः लिखन्तु।
2. एतादृश-दशस्थितीः लिखन्तु यत्र न्यूनकोणाः भवन्ति।
3. एतादृश-दशस्थितीः लिखन्तु यत्र समकोणाः भवन्ति।
4. एतादृश-पञ्चस्थितीः लिखन्तु यत्र अधिककोणाः भवन्ति।
5. एतादृश-पञ्चस्थितीः लिखन्तु यत्र प्रतिवर्तिकोणाः भवन्ति।

अभ्यासः 5.3

1. संयोजयन्तु।

(i)	ऋजुकोणः	(a)	$\frac{1}{4}$ भ्रमणतः न्यूनम्
(ii)	समकोणः	(b)	$\frac{1}{2}$ भ्रमणतः अधिकम्
(iii)	न्यूनकोणः	(c)	$\frac{1}{2}$ भ्रमणम्
(iv)	अधिककोणः	(d)	$\frac{1}{4}$ भ्रमणम्
(v)	प्रतिवर्तिकोणः	(e)	$\frac{1}{4}$ भ्रमणम् अपि च $\frac{1}{2}$ भ्रमणयोः मध्ये
		(f)	एकं पूर्णम् भ्रमणम्

2. अधोलिखितासु प्रत्येकं कोणान् समकोण-ऋजुकोण-न्यूनकोण-अधिककोण-प्रतिवर्तिकोणरूपेण वर्गीकरणं कुर्वन्तु।



5.5 कोणानां मापनम्

उक्त-समकोणीय-परीक्षण्याः साहाय्येन वयं कोणान् समकोणेन तुलनां कृतवन्तः । अतः वयं कोणान् न्यूनकोण-अधिककोण-प्रतिवर्तिकोणेषु वर्गीकर्तुमपि समर्थाः अभवाम् ।

परन्तु अनेन कोणानां परिशुद्धतायाः तुलना न भवति । अनेन एतत् तु ज्ञातं न भवति यत् दत्तयोः द्वयोः अधिककोणयोः मध्ये बृहत्तरः अस्ति इति । अतः कोणानां तुलनाम् इतोऽपि परिशुद्धतया कर्तुम् इदम् आवश्यकं भवति यत् तेषां मापनं कुर्वन्तु । अपि च वयम् एकस्याः चान्द्रिकायाः साहाय्येन कर्तुं शक्यते ।

कोणस्य मापनम्

वयम् एतादृशं मापनम् अंशमापनम् इति वदामः । एकं सम्पूर्णं भ्रमणं 360 समानभागेषु विभाजितं भवति । प्रत्येकं भागः अंशः इत्युच्यते । वयं 360 अंशं 360° इति लिखामः ।

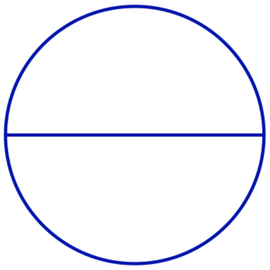
चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु

$\frac{1}{2}$ भ्रमणे कति अंशाः सन्ति ? 1 समकोणे कति अंशाः सन्ति ?

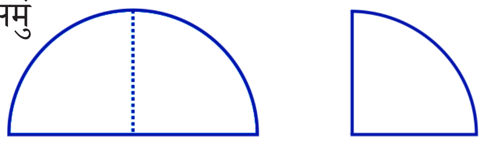
1 ऋजुकोणे कति अंशाः सन्ति ? कति समकोणैः 180° भवन्ति ? कति समकोणैः 360° भवन्ति ?

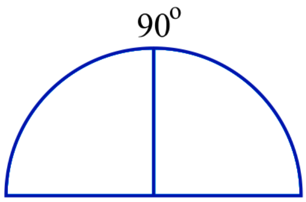
एतत् कुर्वन्तु

1. एकस्य वलयस्य साहाय्येन एकां वृत्ताकार-आकृतिं रचयन्तु अथवा एकं वृत्ताकारं कागदं स्वीकुर्वन्तु ।



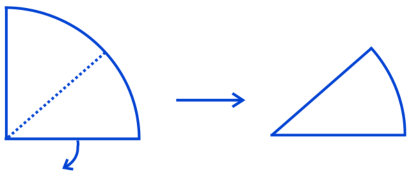
2. एतद् द्विवारं पुटीकुर्वन्तु येन दर्शिताकृतेः प्राप्तिः स्यात् । अमुं वयं चतुर्थांशः इति वदामः ।



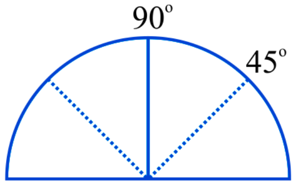


3. इदम् उद्घाटनं कुर्वन्तु । भवद्भिः कश्चन अर्धवृत्तः प्राप्यते । यस्य मध्ये एकं पुटचिह्नम् अस्ति ।

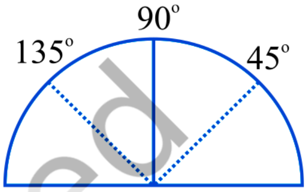
4. अमुं वृत्तं पुटीकृत्य चतुर्थांशं कुर्वन्तु । इदं चतुर्थांशं पुनरेकवारं पुटीकृत्य दर्शिताकृतिं प्राप्नुवन्तु । इदानीं कोणस्य 90° इत्यस्यार्धः अर्थात् 45° अस्ति ।



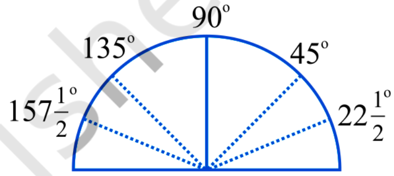
5. इदानीं उद्घाटयन्तु । द्वयोः अपि स्थानयोः पुटचिह्नं दृश्यते । आधाररेखायाः वामभागे प्रथमे पुटचिह्ने 45° इति लिखन्तु ।



6. अन्यस्मिन् पुटचिह्ने 90° + 45° = 135° इति लिखन्तु ।

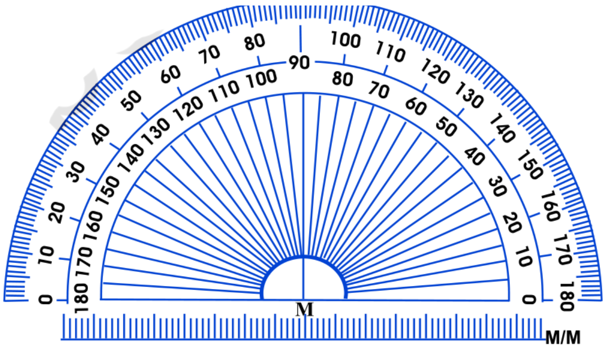


7. कागदम् अधुना 45° चतुर्थांशस्य अर्ध-भागः पर्यन्तं पुटीकुर्वन्तु । अधुना अस्य अर्धं कुर्वन्तु । आधाररेखायाः वामभागस्य प्रथमपुटचिह्नस्य 45° इत्यस्य अर्धम्, अर्थात् 22 ½° दर्शयति । 135° इत्यस्य वामभागाभिमुखकोणः 157 ½ ° अस्ति ।

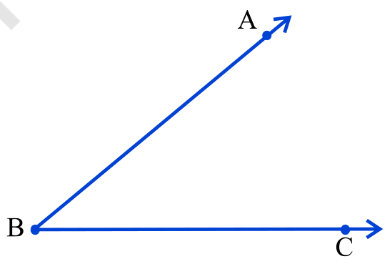


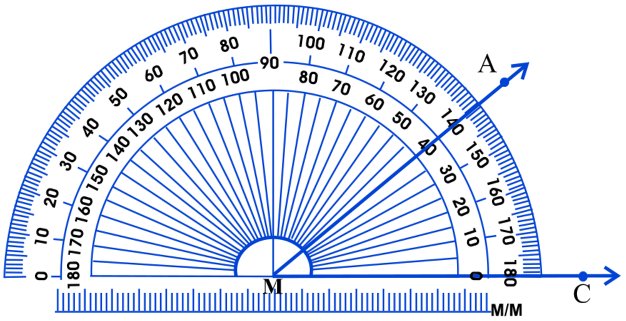
चन्द्रिका

भवतां ज्यामितीय-पेटिकायां भवतां कृते पूर्वसिद्ध-चान्द्रिका लभ्यते । अस्याः वक्रीयतटः 180 समानभागेषु विभाजितः अस्ति । प्रत्येकं भागः अंशः इत्युच्यते । अस्यां तु चिह्नं दक्षिणतः 00 आरभ्य वामभागे 180° पर्यन्तम् अङ्कितं भवति ।



चिन्तयन्तु भवन्तः ABC इति कमपि कोणं इत्याख्यं मापनं कर्तुम् इच्छन्ति ।

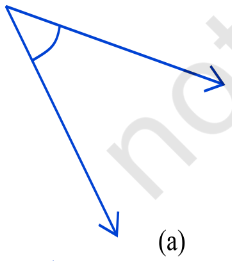


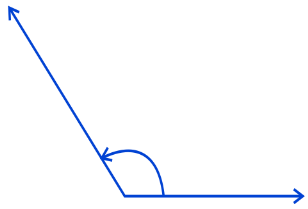


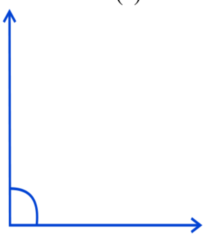
1. चान्द्रिकाम् एवं स्थापयन्तु यथा अस्याः ऋजुप्रान्तभागस्य मध्यबिन्दुः (आकृतौ M) कोणस्य B इति शीर्षके भवेत्।
2. चान्द्रिकाम् एवं समायोजयन्तु यथा किरणः BC किरणः अस्य ऋजुप्रान्तभागस्य अनुदिशि भवेत्।
3. चान्द्रिकायां मापिकाद्वयम् अस्ति। तां मापिकां पठन्तु येन BC इति किरणेन सह ऋजुप्रान्तभागेन मिलेत् चिह्नेन मिलेत्।
4. वक्रीयतटे AB किरणद्वारा दर्शितचिह्नं कोणस्य ददाति।
   आकृतौ एषः 40° अस्ति।
   वयम् अमुं $m\,\angle ABC = 40^\circ$ इति लिखामः।

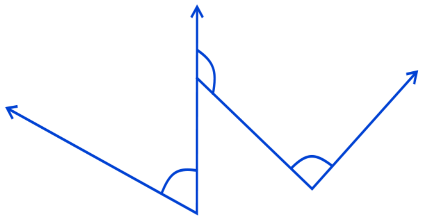
अभ्यासः 5.4

1. अधस्तनस्य मापनं वदन्तु।
   (i) एकः समकोणः ? (ii) एकः ऋजुकोणः
2. वदन्तु सत्यम् अथवा असत्यम् इति।
   (a) एकस्य न्यूनकोणस्य मापनं $< 90^\circ$ अस्ति।
   (b) एकस्य अधिककोणस्य मापनं $< 90^\circ$ अस्ति।
   (c) एकस्य प्रतिवर्तिकोणस्य मापनं $> 180^\circ$ अस्ति।
   (d) एकस्य सम्पूर्णभ्रमणस्य मापनं $= 360^\circ$ अस्ति।
   (e) यदि $m\,\angle A = 53^\circ$ अपि च $m\,\angle B = 35^\circ$, तर्हि $m\,\angle A = m\,\angle B$ अस्ति।
3. अधस्तनस्य मापनं लिखन्तु।
   (a) केचन न्यूनकोणाः
   (b) केचन अधिककोणाः
   (प्रत्येकम् उदाहरणद्वयं ददतु)
4. अधोलिखितकोणान् चान्द्रिकया मापयन्तु अपि च तेषां मापनं लिखन्तु।


(a)


(b)


(c)

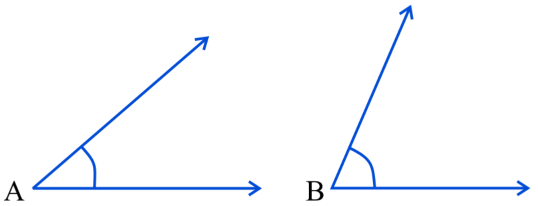

(d)

5. कस्य कोणस्य मापनं बृहत् अस्ति।

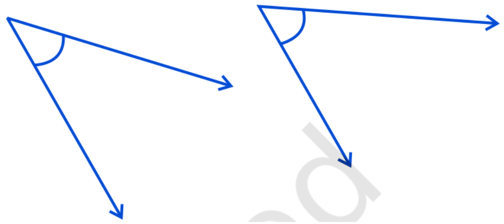
प्रथमं परिगणनं कुर्वन्तु तदनन्तरं मापनं कुर्वन्तु।

A कोणस्य मापनं =

B कोणस्य मापनं =

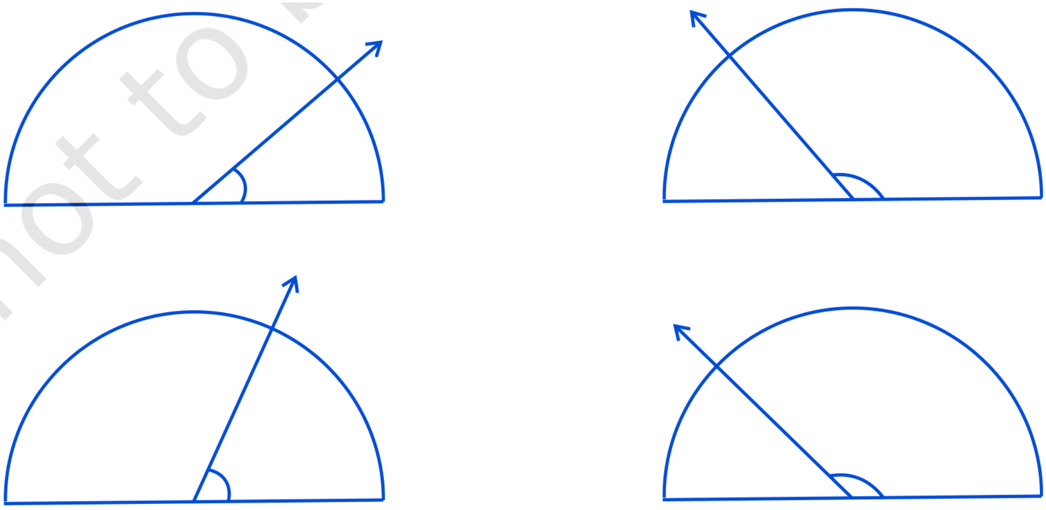


6. दर्शिताकृतौ द्वयोः कोणयोः कस्य कोणस्य मापनं बृहत् अस्ति। प्रथमं परिगणनं कुर्वन्तु तदनन्तरं मापनेन पोषयन्तु ।

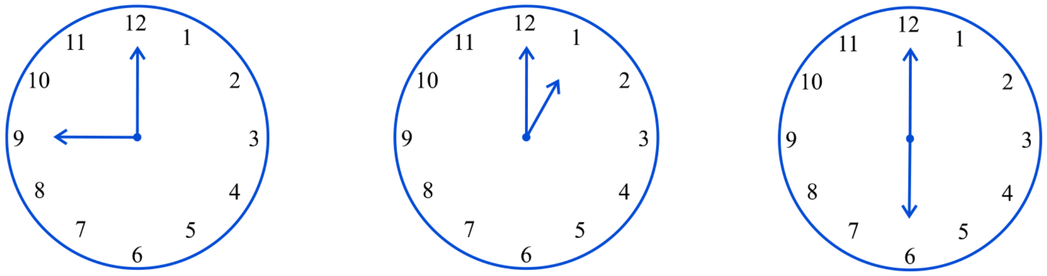


7. न्यूनकोणः , अधिककोणः, समकोणः अथवा ऋजुकोणः इति लिखित्वा रिक्तस्थानं पूरयन्तु।
   (a) सः कोणः यस्य मापनं एकस्य समकोणस्य मापनात् न्यूनम् अस्ति सः _________ भवति।
   (b) सः कोणः यस्य मापनं एकस्य समकोणस्य मापनात् अधिकम् अस्ति सः ________ भवति।
   (c) सः कोणः यस्य मापनं द्वयोः समकोणयोः योगेन समानम् अस्ति तर्हि __________ भवति।
   (d) यदि द्वयोः कोणयोः मापनस्य योगः समकोणस्य मापनस्य समानः अस्ति तर्हि प्रत्येकं कोणः _________ अस्ति।
   (e) यदि द्वयोः कोणयोः मापनस्य योगः एकस्य ऋजुकोणस्य मापनेन समानः अस्ति , एवम् एतेषु एकः कोणः न्यूनकोणः अस्ति, तर्हि द्वितीयकोणः ___________ भवेत्।

8. अधोदत्तासु आकृतिषु प्रत्येकं कोणस्य मापनं जानन्तु । (प्रथमं दृष्ट्वा परिगणयन्तु तदनन्तरं चन्द्रिकोपकरणेन मापनं कुर्वन्तु)



9. अधो दत्तासु प्रत्येकं आकृतिषु घट्याः सूचीनां मध्ये कोणानां मापनं जानन्तु।

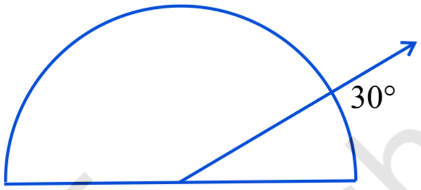


प्रातः 9:00 मध्याह्नं 1:00 सायं 6:00

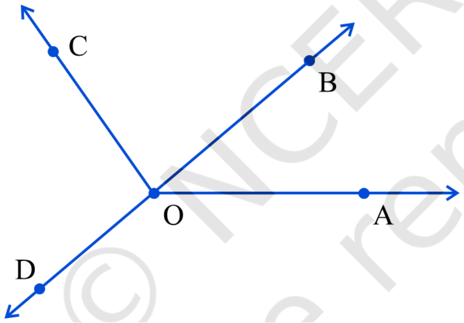
10. **अन्वेषणं कुर्वन्तु।**

दत्ताकृतौ चान्द्रिका 30° दर्शयति। इमामेवाकृतिम् एकेन आवर्धनकाचेन पश्यन्तु। किं एषः कोणः बृहद्भवति ?

किं कोणस्य मापनस्य वर्धनं भवति ?



11. मापनं कुर्वन्तु अपि च प्रत्येकं कोणं वर्गीकुर्वन्तु।



कोणः	∠AOB	∠AOC	∠BOC	∠DOC	∠DOA	∠DOB
मापनम्						
प्रकारः						

5.6 लम्बरेखाः

यदि द्वे रेखे परस्परं प्रतिच्छेदनं कुर्युः अपि च तयोः मध्यस्थः एकः कोणः समकोणः स्यात् तर्हि ते रेखे परस्परं लम्बरूपेण स्तः इत्युच्यते। यदि एका AB इति रेखा CD इत्यस्याः रेखायाः उपरि लम्बरूपेण अस्ति तर्हि इदं वयं $AB \perp CD$ इति लिखामः।

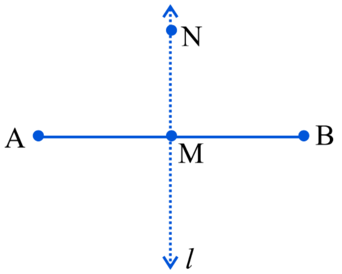
चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु।

यदि $AB \perp CD$ अस्ति तर्हि किम् अस्माभिः एतदपि वक्तव्यम् अस्ति यत् $CD \perp AB$ अस्तीति ?

अस्मान् परितः लम्बरेखाः

भवन्तः निजपरिवेशस्थेषु विद्यमानवस्तुषु लम्बरेखाणाम् अनेकानि उदाहरणानि दातुं शक्नुवन्ति। आङ्ग्लवर्णमालायाः अक्षरं T एतेषु एकम्। किम् अन्यत् अपि किञ्चित् अक्षरम् अस्ति यत् लम्बानाम् उदाहरणत्वेन भवितुं शक्नोति।

एकं पत्रं स्वीकुर्वन्तु । किं अस्य प्रान्तभागः परस्परं दीर्घता अस्ति ? चिन्तयन्तु । $\overline{MN}$ इत्याख्यः बिन्दुः M इत्यनेनAB इति गम्यमान-रेखाखण्डस्य उपरि कस्यचित् रेखा दीर्घतायाः रूपेण अस्ति । किं रेखा $\overline{MN}$ रेखाखण्डं $\overline{AB}$ इत्याख्यं समानभागद्वयेन विभाजयति ।



किं $\overline{MN}$, $\overline{AB}$ इति रेखाखण्डस्य उपरि दीर्घता अस्ति ?

अनेन प्रकारेण $\overline{MN}$ रेखाखण्डं $\overline{AB}$ इत्याख्यं **समद्विभाजितं** करोति । अतः वयं वदामः यत् रेखा MN इति रेखाखण्डः $\overline{AB}$ इत्यस्य लम्ब-समविभाजकः अस्ति ।

अस्य रचनां भवन्तः अनन्तरं पठन्ति ।

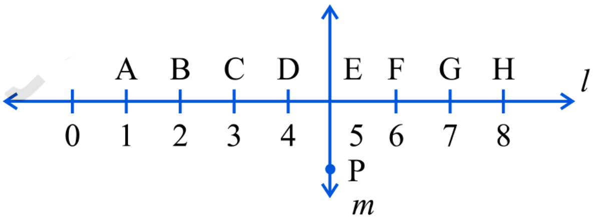
अभ्यासः 5.5

1. अधोलिखितेषु कानि लम्बरेखायाः उदाहरणानि सन्ति ।
   (क) उत्पीठिकायाः उपरि प्रान्तस्य आसन्नभुजाः ।
   (ख) रैल्-यानस्य मार्गः ।
   (ग) अक्षरं L निर्मातृरेखाखण्डः ।
   (घ) अक्षरं V निर्मातृरेखाखण्डः ।

2. भावयन्तु PQ इति रेखाखण्डः XY इति रेखाखण्डस्य उपरि दीर्घता अस्ति । भावयन्तु एतौ परस्परं बिन्दौ A इत्यस्युपरि प्रतिच्छेदं कुरुतः । $\angle PAY$ इत्यस्य मापनं किम् स्यात् ?

3. भवतां ज्यामिति-पेटिकायां वर्गमापिकाद्वयम् अस्ति । अनयोः वक्रेषु सम्भूतं मापनं किमस्ति ? किम् अस्मासु एतादृशकोणाः सन्ति , ये द्वयोः अपि उभयनिष्ठाः सन्ति ?

4. इमाम् आकृतिं ध्यानेन पश्यन्तु । I रेखा, m रेखायां दीर्घता अस्ति ।



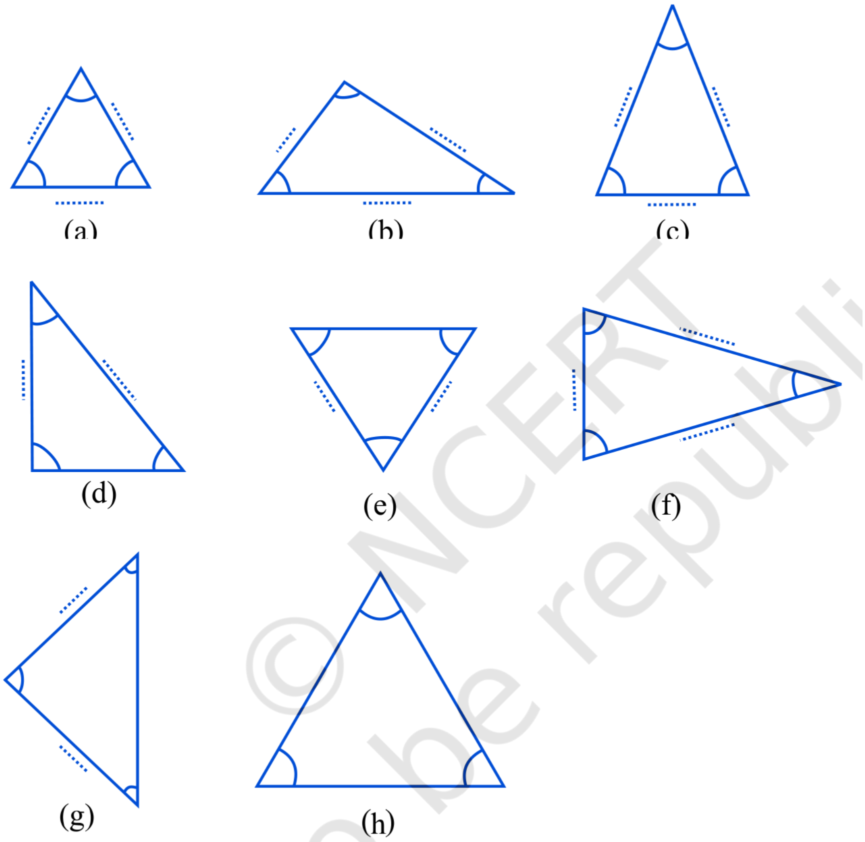
   (क) किं CE = EG अस्ति ?
   (ख) किं रेखा PE, CG इति रेखाखण्डं समद्विभाजितं करोति ?
   (ग) कयोः अपि द्वयोः रेखाखण्डयोः नाम लिखन्तु ययोः कृते PE लम्ब-समद्विभाजकः अस्ति ।
   (घ) किम् अधोलिखितं सत्यमस्ति ?
      (i) $AC > FG$
      (ii) $CD = GH$
      (iii) $BC < EH$

5.7 त्रिभुजानां वर्गीकरणम्

किं भवन्तः न्यूनतम-भुज-युक्त-बहुभुजं स्मरन्ति? एषः एकः त्रिभुजः अस्ति। आयान्तु विभिन्नप्रकाराणां त्रिभुजान् पश्यामः।

एतत् कुर्वन्तु

आयान्तु, अधो दत्तत्रिभुजानां कोणान् अपि च भुजान् चान्द्रिकया मापिकया च मापनं कुर्वन्तु। प्रदत्तकोष्ठके एतेषां मापनानि लिखन्तु।



त्रिभुजस्य कोणानां मापनम्	भवन्तः कोणानां विषये किं वक्तुं शक्नुवन्ति ?	त्रिभुजस्य भुजानां मापनम्
(a) ..60°.., ..60°.., ..60°..,	सर्वे कोणाः समानाः	
(b) ……., ………., ……	________ कोणाः ________	
(c) ……., …….., ……	________ कोणाः ________	
(d) ……., ………., ……	________ कोणाः ________	
(e) ……., …….., ………	________ कोणाः ________	
(f) ……., …….., ………	________ कोणाः ________	
(g) ……., …….., ………	________ कोणाः ________	
(h) ……., …….., ………	________ कोणाः ________	

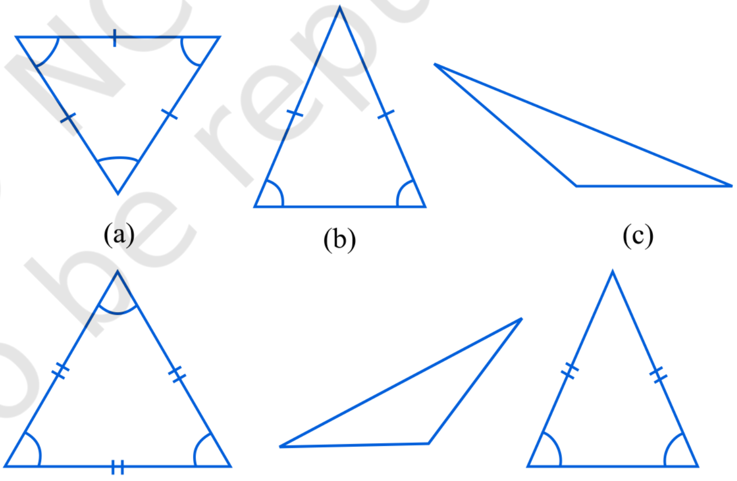
उपरि उक्तकोणानां त्रिभुजानां तथा च तेषां भुजानां मापनं ध्यानेन पश्यन्तु। किम् एतेषां विषये किमपि वक्तुं शक्यते ?

भवन्तः किं प्राप्नुवन्ति ?

- त्रिभुजाः यस्मिन् सर्वे कोणाः समानाः सन्ति।
  यदि कस्यापि त्रिभुजस्य सर्वे कोणाः समानाः सन्ति तर्हि तस्य भुजाः अपि ____________ सन्ति।
- त्रिभुजः यस्मिन् सर्वाः भुजाः समानाः सन्ति।
  यदि एकस्य त्रिभुजस्य सर्वे भुजाः समानाः सन्ति तर्हि तस्य कोणाः अपि _____________ सन्ति।
- त्रिभुजः यस्मिन् द्वौ कोणौ समानौ स्तः तथा द्वौ भुजौ समानौ स्तः। यदि कस्यापि त्रिभुजस्य द्वौ भुजौ समानौ स्तः तर्हि तस्य _______ कोणौ अपि समानौ भवतः।
- त्रिभुजः यस्मिन् के अपि द्वे भुजे समाने न स्तः। यदि कस्यापि त्रिभुजस्य कौ अपि द्वौ कोणौ समानौ न स्तः तर्हि तस्य कौ अपि द्वौ भुजौ समानौ न भवतः। यदि कस्यापि त्रिभुजस्य तिस्रः अपि भुजाः समानाः न सन्ति तर्हि तस्य त्रयः कोणाः अपि _______________ न भवन्ति।

इतोऽपि काञ्चन त्रिभुजान् स्वीकुर्वन्तु तथा च उपर्युक्तस्य कथनस्य परीक्षणं कुर्वन्तु। एतदर्थम् अस्माकं कृते त्रिभुजानां कोणानां तथा च तेषां भुजानां च पुनः मापनं कर्तव्यं भवति।

त्रिभुजाः विभिन्नश्रेणिषु वर्गीकृताः सन्ति तथा च तेषां कृते विशेषाणां अपि दत्तवन्तः। आयान्तु तत् किमिति पश्यामः।



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

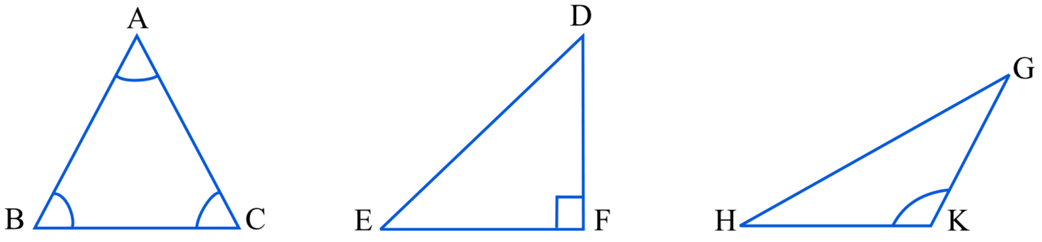
भुजानां आधारेण त्रिभुजानां नामकरणम्

एकः त्रिभुजः यस्य त्रयः अपि भुजाः समानाः न सन्ति सः **विषमबाहुत्रिभुजः** [(c),(e)] इति उच्यते। एकः त्रिभुजः यस्य द्वौ भुजौ समानौ स्तः, सः समद्विबाहुत्रिभुजः इति उच्यते।

[(a), (d)] एतादृशीनां परिभाषाणां प्रयोगद्वारा तान् सर्वान् अपि त्रिभुजान् वर्गीकुर्वन्तु येषां भुजाः भवन्तः पूर्वमेव मापितवन्तः।

कोणानाम् आधारेण त्रिभुजानां नामकरणम्

यदि त्रिभुजस्य प्रत्येकं कोणः 90° तः न्यूनः स्यात् तर्हि सः एकः न्यूनकोणत्रिभुजः इत्युच्यते। यदि अस्य कोणः समकोणः अस्ति तर्हि सः समकोणत्रिभुजः इत्युच्यते। यदि अस्य कोणः 90° तः अधिकः स्यात् तर्हि सः एकः अधिककोणत्रिभुजः इत्युच्यते।



न्यूनकोणत्रिभुजः समकोणत्रिभुजः अधिककोणत्रिभुजः

उपरि उक्तपरिभाषाणामनुसारं तान् त्रिभुजान् वर्गीकुर्वन्तु येषां कोणं भवन्तः पूर्वमेव मापितवन्तः। एतेषु कति समकोणत्रिभुजाः सन्ति ?

एतत् कुर्वन्तु

अधोलिखितानां सामान्यचित्रम् आलेखितुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।

(a) एकः विषमबाहु-न्यूनकोण-त्रिभुजः

(b) एकः अधिककोण-समद्विबाहु-त्रिभुजः

(c) एकः समकोण-समद्विबाहु-त्रिभुजः

(d) एकः विषमबाहु-समकोण-त्रिभुजः

किं भवन्तः चिन्तयन्ति यत् अधोलिखित-आकृतीनाम् आलेखः सम्भवः अस्ति इति ?

(e) एकः अधिककोण-समबाहु-त्रिभुजः

(f) एकः समकोण-समबाहु-त्रिभुजः

(g) एकः त्रिभुजः यस्मिन् द्वौ समकोणौ स्याताम्।

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु पुनः स्व-निष्कर्षान् लिखन्तु।

अभ्यासः 5.6

1. अधोदत्त-त्रिभुजानां प्रकारं लिखन्तु।

   (a) त्रिभुजः यस्य भुजाः 7 से.मी. 8 से.मी. 9 से.मी. अस्ति।

   (b) $\triangle ABC$ यस्मिन् AB = 8.7 सेमी, AC = 7 से.मी., BC = 6 से.मी. अस्ति।

   (c) $\triangle PQR$ यस्मिन् PQ=QR=RP= 5 से.मी. अस्ति।

   (d) $\triangle DEF$ यस्मिन् $m\angle D = 90^\circ$ अस्ति।

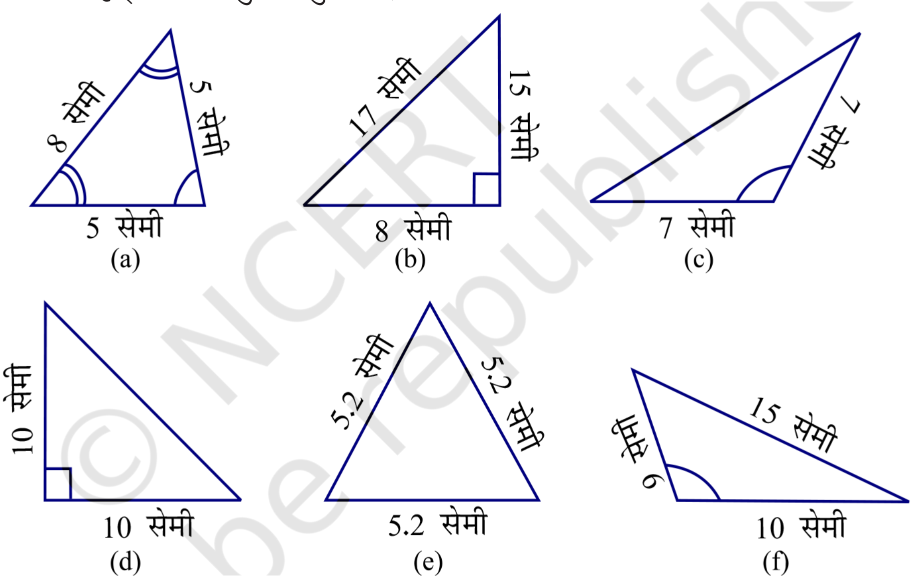
   (e) $\triangle XYZ$ यस्मिन् $m\angle Y = 90^\circ$ अपि च XY = YZ अस्ति।

   (f) $\triangle LMN$ यस्मिन् $m\angle L = 30^\circ$, $m\angle M = 70^\circ$, $m\angle N = 80^\circ$ अस्ति।

2. संयोजयत।

त्रिभुजस्य मापः	त्रिभुजानां प्रकारः
(i) समान-दैर्घ्य-युतस्य भुजत्रयं	(a) विषमबाहु-समकोण-त्रिभुजः
(ii) समान-दैर्घ्य-युतस्य भुजद्वयं	(b) समद्विबाहु-समकोण-त्रिभुजः
(iii) पृथक्-लम्बमानस्य सर्वे भुजाः	(c) अधिककोण-त्रिभुजः
(iv) 3 न्यूनकोणः	(d) समकोण-त्रिभुजः
(v) 1 समकोणः	(e) समबाहु-त्रिभुजः
(vi) समान-दैर्घ्य-युत-भुजैः सह 1 समकोणः	(f) न्यूनकोण-त्रिभुजः
	(g) समद्विबाहु-त्रिभुजः

3. अधोलिखितत्रिभुजानां मध्ये प्रत्येकं त्रिभुजस्य नामकरणं प्रकारद्वयेन कुर्वन्तु, (भवन्तः कोणानां प्रकारं केवलं दृष्ट्वा एव वक्तुं शक्नुवन्ति)।

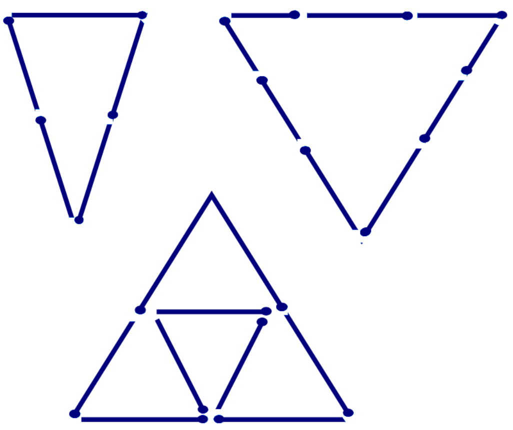


© NCERT not to be republished

4. अग्निशलाकानां साहाय्येन त्रिभुजनिर्माणस्य प्रयत्नं कुर्वन्तु । केचन आकृतिषु दर्शिताः सन्ति । किं भवन्तः अधोलिखितैः त्रिभुजं निर्मातुं शक्नुवन्ति ?

(a) 3 अग्निशलाकाः
(b) 4 अग्निशलाकाः
(c) 5 अग्निशलाकाः
(d) 6 अग्निशलाकाः

(अवधानं यच्छन्तु यत् भवद्भिः प्रत्येकं स्थितिषु उपलब्धसर्वाः अपि शलाकाः उपयोक्तव्याः)।



प्रत्येकं स्थितिषु त्रिभुजप्रकारस्य नाम वदन्तु। यति भवन्तः त्रिभुजान् निर्मातुं न शक्नुवन्ति। तर्हि तस्य कारणानां विषये चिन्तयन्तु।

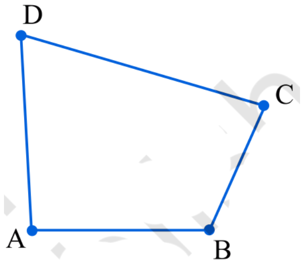
5.8 चतुर्भुजः

भवन्तः स्मरन्तः स्युः यत् चतुर्णां भुजानां बहुभुजः एकः चतुर्भुजः इत्युच्यते इति।

एतत् कुर्वन्तु

1. यष्टिद्वयं स्वीकुर्वन्तु पुनः तौ इत्थं स्थापयन्तु यथा तयोः द्वौ प्रान्तभागौ एकस्मिन् प्रान्ते मिलेताम्। अधुना अन्यं यष्टियुग्मं स्वीकृत्य अपि च स्थापयन्तु यथा तयोः द्वौ प्रान्तौ पूर्वतनयुग्मस्य स्वतन्त्रप्रान्तस्योपरि मिलितौ भवेताम्। इत्थम् अस्माभिः का आकृतिः प्राप्यते।

एषः एकः चतुर्भुजः अस्ति, यत् भवन्तः अत्र पश्यन्तः सन्ति। अस्य चतुर्भुजस्य भुजाः AB, BC, ___, ___ सन्ति।
अस्य चतुर्भुजस्य कोणाः ∠ BAD, ∠ ADC, ∠ DCB अपि च _______ सन्ति।



AC अस्य विकर्णः अस्ति। अन्यः विकर्णः कः अस्ति ? प्रत्येकं भुजस्य अपि च विकर्णस्य दीर्घतां मापयन्तु। सर्वान् कोणान् अपि मापयन्तु।

2. यथा भवन्तः उपरितनं क्रियाकलापं कृतवन्तः तथा यष्टिचतुष्टयं स्वीकृत्य पश्यन्तु यत् किं भवन्तः एतैः तादृशचतुर्भुजान् निर्मातुं शक्नुवन्ति येषु
   (a) चत्वारः कोणाः अपि न्यूनकोणाः सन्ति।
   (b) एकः अधिककोणः अस्ति।
   (c) एकः समकोणः अस्ति।
   (d) द्वौ अधिककोणौ स्तः।
   (e) द्वौ समकोणौ स्तः।
   (f) विकर्णः परस्परं समकोणस्योपरि अस्ति।

आयतः

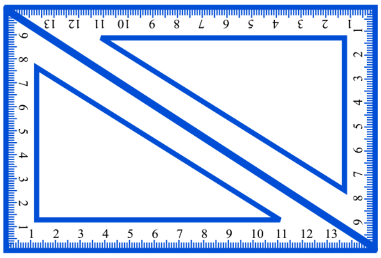
एतत् कुर्वन्तु

भवतां ज्यामितिपेटिकायां वर्गमापिकाद्वयम् अस्ति। एका 30°, 60°, 90° समूहकोणात्मक-वर्गमापिका अस्ति। द्वितीया तु 45°, 45°, 90° समूहकोणात्मक-वर्गमापिका अस्ति।

(a) आकृतौ दर्शितरीत्या एते स्थापयन्तु। किं भवन्तः इत्थं निर्मितचतुर्भुजस्य नाम वक्तुं शक्नुवन्ति ? अस्य प्रत्येकं कोणस्य मापः किम् अस्ति ?

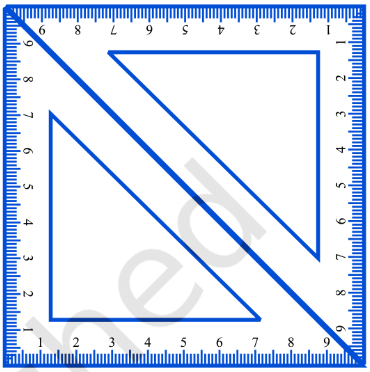
एषः चतुर्भुजः एकः **आयतः** अस्ति।

आयतस्य इतोऽपि एकं गुणं भवन्तः स्पष्टतया द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् अस्य सम्मुखभुजाः समानाः भवन्ति।



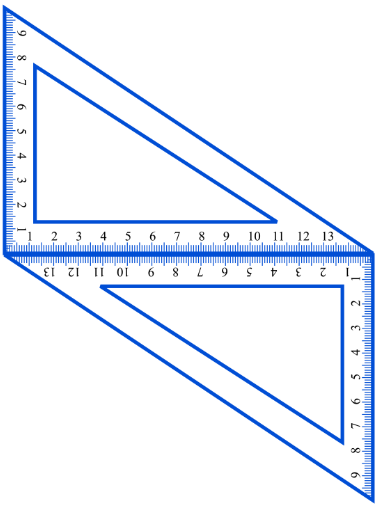
भवन्तः कान् अन्यगुणान् ज्ञातुं शक्नुवन्ति ?

(b) यदि अन्यं 45°, -45°, -90° इति कोणयुक्तं वर्गमापिकायुग्मं प्रयुज्महे तर्हि भवद्भिः एकः अन्यः चतुर्भुजः प्राप्यते। एषः एकः **वर्गः** अस्ति।



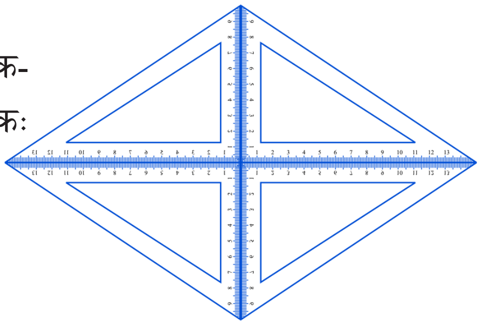
किं भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् सर्वेषां भुजानां दीर्घताः समानाः सन्ति ? भवन्तः अस्य कोणानां तथा विकर्णानां विषये किं वक्तुं शक्नुवन्ति ? वर्गस्य अन्यगुणान् अपि ज्ञातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।

(c) यदि भवन्तः 30°, -60°, -90° समूह कोणात्मकवर्गमापिकाम् आकृतौ दर्शितरीत्या एकस्यां अन्यस्थितौ स्थापयन्ति तर्हि भवद्भिः एकः **समानान्तर-चतुर्भुजः** प्राप्यते। किं भवन्तः पश्यन्तः सन्ति यत् अस्य सम्मुखभुजाः समानान्तराः सन्ति ? किम् अस्य सम्मुखभुजाः समानाः सन्ति ?



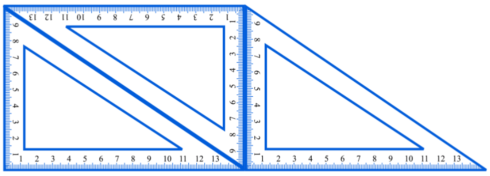
किम् अस्य विकर्णाः समानाः सन्ति ?

(d) यदि भवन्तः चतस्रः 30°, 60°, 90° समूहकोणात्मक-वर्गमापिकानां युग्मस्य प्रयोगं कुर्वन्ति तर्हि भवद्भिः एकः **समचतुर्भुजः** प्राप्यते।



(e) यदि भवन्तः आकृतौ दर्शितरीत्या कतिचन वर्गमापिकानां प्रयोगं कुर्वन्ति तर्हि अस्माभिः एकः तादृशः चतुर्भुजः प्राप्यते यस्य द्वौ भुजौ समानान्तरौ भवतः।

एषः एकः समदीर्घता अस्ति।



अत्र भवद्भिः कृतान्वेषणस्य एका रूपरेखा दीयते। एतत् पूर्णं कुर्वन्तु।

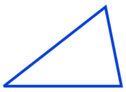
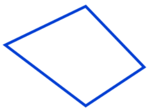
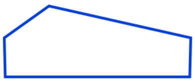
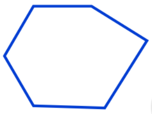
चतुर्भुजः	सम्मुखभुजाः		सर्वे भजाः समानाः	सम्मुखकोणाः समानाः	विकर्णः	
	समानान्तरः	समानः			समानः	परस्परं दीर्घताः
समानान्तर-चतुर्भुजः	आम्	आम्	न	आम्	न	न
आयतः			न			
वर्गः						आम्
समचुर्भुजः				आम्		
समदीर्घता		न				

अभ्यासः 5.7

1. समीचीनम् अथवा न समीचीनम् इति लिखन्तु।
   (a) आयतस्य प्रत्येकं कोणः समकोणः भवति।
   (b) आयतस्य सम्मुखभुजानां दीर्घता समाना भवति।
   (c) वर्गस्य विकर्णः परस्परं दीर्घता भवति।
   (d) समचतुर्भुजस्य सर्वे भुजाः समानदीर्घताः भवन्ति।
   (e) समानान्तरचतुर्भुजस्य सर्वे भुजाः समानदीर्घताः भवन्ति।
   (f) समदैर्घ्यस्य सम्मुखभुजाः समानान्तराः भवन्ति।
2. अधोलिखितानां कृते कारणं लिखन्तु।
   (a) वर्गः, एकः विशेषप्रकारकः आयतः इति ज्ञातुं शक्यते।
   (b) आयतः, एकः विशेषप्रकारकः समानान्तरचतुर्भुजः इति ज्ञातुं शक्यते।
   (c) वर्गः, एकः विशेषप्रकारकः समचतुर्भुजः इति ज्ञातुं शक्यते।
   (d) वर्ग-आयत-समचतुर्भुज-समानान्तरचतुर्भुजेषु प्रत्येकम् एकः चतुर्भुजः अपि वर्तते।
   (e) वर्गः एकः समानान्तरचतुर्भुजः अपि अस्ति।
3. एकः बहुभुजः समः भवति यदि तस्य सर्वाः भुजाः समानाः स्युः अपि च सर्वे कोणाः समानाः भवेयुः। किं भवन्तः एकं समचतुर्भुजम् अभिज्ञातुं शक्नुवन्ति।

5.9 बहुभुजः

एतावत् पर्यन्तं भवन्तः 3 अपि च 4 भुजानां बहुभुजानां विषये अध्ययनं कृतवन्तः। यौ क्रमेण त्रिभुजः तथा चतुर्भुजः इति कथयामः। अधुना वयं बहुभुजानाम् अवधारणायाः विस्तारणम् एतादृश-आकृतीनां रूपेण कर्तुं प्रयत्नं कुर्मः यासु चतुर्भ्यः अधिकभुजाः भवन्ति। वयं बहुभुजान् तेषां भुजानां सङ्ख्यानां आधारेण अधोलिखितप्रकारेण वर्गीकर्तुं शक्नुमः।

भुजानां सङ्ख्या	नाम	आकृतिः
3	त्रिभुजः	
4	चतुर्भुजः	
5	पञ्चभुजः	
6	षड्भुजः	
8	अष्टभुजः	

भवन्तः एतादृशान् आकारान् दैनिकजीवने पश्यन्ति । गवाक्षाः, द्वाराणि, भित्तयः, अवधानिकाः, कृष्णफलकानि, अभ्यासपुस्तकानि इत्यादीनि सर्वाणि अपि आयताकारे भवन्ति । धरातल-इष्टिकाः (Floor tiles) अपि आयताकाराः भवन्ति । त्रिभुजानां दृढतायाः कारणेन एव यान्त्रिकनिर्माणेषु लाभप्रदरूपेण अस्य आकारस्य प्रयोगं कुर्वन्ति ।

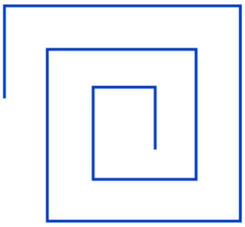
निर्माणकार्येषु त्रिभुजानाम् अनुप्रयोगः भवति

मधुमक्षिका स्वगृहनिर्माणे षड्भुज-आकारस्य उपयोगित्वं जानाति

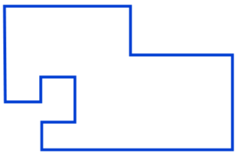
स्वपरिवेशे पश्यन्तु यत् भवन्तः एतान् आकारान् कुत्र कुत्र प्राप्तुं शक्नुवन्ति इति ।

अभ्यासः 5.8

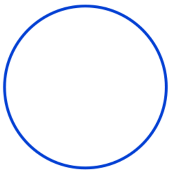
1. परीक्षणं कुर्वन्तु यत् अधोदत्तासु आकृतिषु कति आकृतयः बहुभुजाः सन्ति । यदि अत्र कोऽपि बहुभुजः नास्ति तर्हि कारणं वदन्तु ।



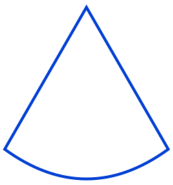
(a)



(b)

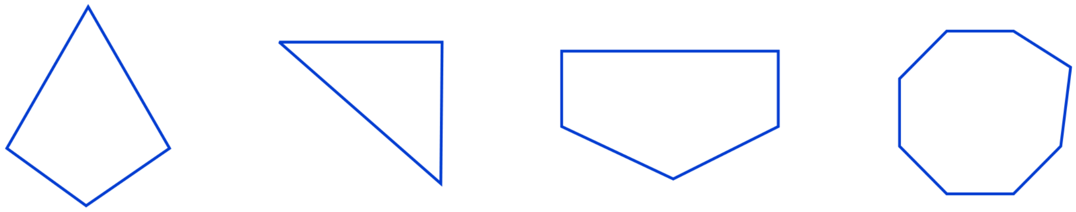


(c)



(d)

2. प्रत्येकं बहुभुजस्य नाम लिखन्तु।



(a) (b) (c) (d)

उपरि दतानां प्रत्येकं बहुभुजानां कृते इतोऽपि द्वे उदाहरणे यच्छन्तु।

3. एकस्य समषड्भुजस्य एकं सामान्यचित्रं रचयन्तु। तस्य कानि अपि त्रीणि शीर्षाणि स्वीकृत्य एकं त्रिभुजं निर्मान्तु। अभिजानन्तु यत् भवन्तः कं प्रकारकं त्रिभुजम् आलिखितवन्तः ?

4. एकस्य समाष्टचतुर्भुजस्य सामान्यं चित्रं रचयन्तु। [यदि भवन्तः इच्छन्ति तर्हि वर्गाङ्कित-कागदस्य प्रयोगं कर्तुं शक्नुवन्ति।] अस्य अष्टभुजस्य चत्वारि शीर्षाणि संयुज्य एकम् आयतं निर्मान्तु।

5. कस्यापि बहुभुजस्य विकर्णः, तस्य कयोरपि द्वयोः भुजयोः (आसन्नभुजौ त्यक्त्वा) योजनेन प्राप्तः भवति (एषः अस्य भुजाः न भवन्ति)। एकस्य पञ्चभुजस्य सामान्य चित्रं रचयन्तु अपि च तस्य विकर्णम् आलिखन्तु।

5.10 त्रिधाकाराः आकृतयः

अत्र काश्चन विशिष्टाकृतयः प्रस्तूयमानाः सन्ति याः भवन्तः स्वदैनिकजीवने पश्यन्ति। प्रत्येकम् आकारः एकः घनः अस्ति। एषः एकः समतलः आकारः नास्ति।

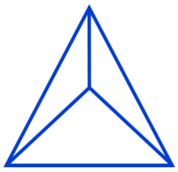
एतत् कन्दुकं गोलाकाररूपेण अस्ति।

पयोहिमः शङ्कु-आकारे अस्ति।

एषः सङ्ग्राहकः एकः वेलनाकारः अस्ति।

एषा पेटिका, लम्बकोणिक-समानान्तर-षट्फलक-रूपेण(cuboid) अस्ति।

एषः अक्षः एकः घनः अस्ति।



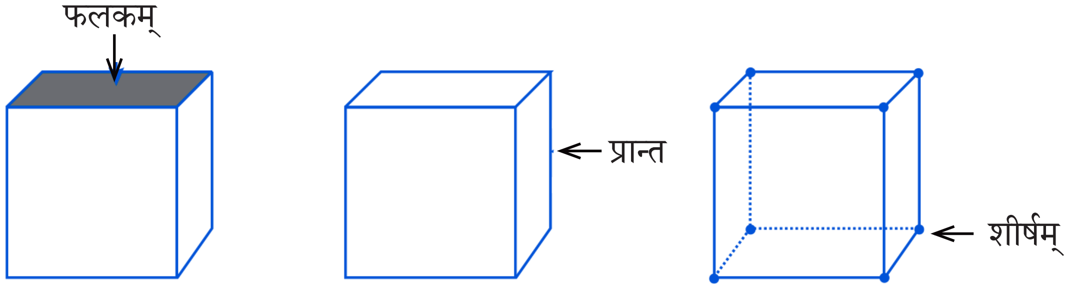
एषः चतुष्फलक-आकारः अस्ति।

केषाञ्चन पञ्चवस्तूनां नाम वदन्तु यानि गोलाकारतुल्यानि स्युः।

केषाञ्चन तादृश-पञ्चवस्तूनां नाम वदन्तु यानि शङ्कुतुल्यानि स्युः।

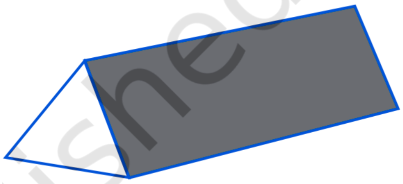
फलकं, प्रान्तभागः अपि च शीर्षम्

अनेक-त्रिधाकारयुक्तासु आकृतिषु वयं तेषां फलकान्, प्रान्तभागान् अपि च शीर्षाणि सरलतया ज्ञास्यामः। एतेभ्यः त्रिभ्यः पदेभ्यः अर्थात् फलकं, प्रान्तभागः, शीर्षम् इत्यादिभ्यः वयं किं जानीमः ?



उदाहरणार्थम्, एकं घनं स्वीकुर्वन्तु।

घनस्य प्रत्येकं उपरितनं समतलम् एकं फलकम् अस्ति। अस्य समतलद्वयम् एकस्मिन् रेखाखण्डे मिलति यः घनस्य एकः **प्रान्तभागः** इत्युच्यते । प्रान्तत्रयम् एकस्मिन् बिन्दौ मिलति यत् घनस्य **शीर्षम्** इत्युच्यते।



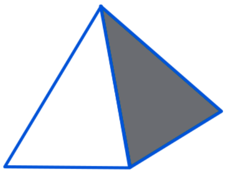
पुरतः **समपार्श्वस्य**(prism) चित्रं दत्तम्। किं भवन्तः अमुं स्व-प्रयोगशालायां दृष्टवन्तः ? अस्य फलकद्वयं त्रिभुजाकारम् अस्ति। अतः एषः समपार्श्वः **त्रिभुजाकारकः** समपार्श्वः इत्युच्यते।

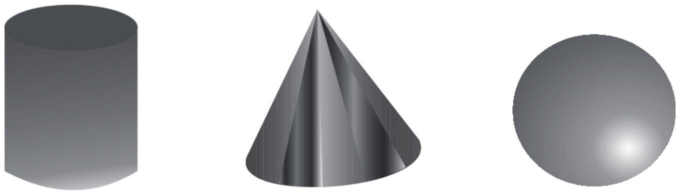
एतत् त्रिभुजाकारं फलकं समपार्श्वस्य आधारः इत्यपि कथ्यते। अस्य समपार्श्वस्य द्वे सर्वसमे त्रिभुजाकारफलके स्तः। एकः **आधारः** अपि च अन्यः उपरितनभागः शिरः इत्युच्यते। एतद्द्वयोः फलकयोः अतिरिक्तम् अन्यफलकं समानान्तरचतुर्भुजः अस्ति ।

यदि समपार्श्वस्य आधारः आयताकारः भवति तर्हि समपार्श्वः एकः **आयताकारकः** समपार्श्वः इति कथ्यते। आयताकार- समपार्श्वस्य कृते किं भवद्भिः स्मर्यते यत् एकम् अन्यत् नाम किम् अस्ति इति ?

एकः **त्रिशङ्कुः** सः आकारः अस्ति यस्याम् आधारस्य फलकं कस्यापि बहुभुजस्य आकारकं भवितुम् अर्हति। अपि च शिष्टफलकं त्रिभुजाकारं भवति।

पुरतः वर्ग-त्रिशङ्कोः एकं चित्रं दत्तम् अस्ति। अस्य आधारः एकः वर्गः अस्ति। किं भवन्तः एकस्य त्रिभुजाकारस्य त्रिशङ्कोः कल्पनां कर्तुं शक्नुवन्ति ? अस्य एकं सामान्यचित्रं निर्मातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।

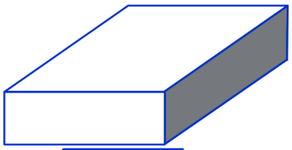




वेलने, शङ्कौ, अपि च वलये कोऽपि ऋजुः प्रान्तः न भवति। शङ्कोः आधारः कः अस्ति ? किं एषः एकः वृत्तः अस्ति ? वेलनस्य आधारः अपि एकः वृत्तः अस्ति। वेलनस्य उपरितनः शिरोभागः अपि आधारवत् सर्वसमः वृत्तः अस्ति। गोलस्य किमपि फलकं न भवति। अस्य विषये चिन्तयन्तु !

एतत् कुर्वन्तु

1. एकं घनाभः, काचित् आयताकार-पेटिका इव अस्ति। अस्य 6 फलकानि सन्ति। प्रत्येकं फलकस्य 6 प्रान्तभागाः सन्ति। प्रत्येकं फलकस्य 4 कोणाः सन्ति (यानि अस्य शीर्षाणि इत्युच्यन्ते)।

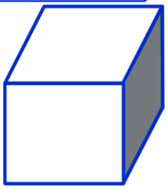


2. एकः घनः एतादृशं घनाभः अस्ति यस्य सर्वेऽपि प्रान्ताः समान-दीर्घयुक्ताः भवन्ति।

   अस्य ___________ फलकानि सन्ति।

   प्रत्येकं फलकस्य ________ प्रान्तभागाः सन्ति।

   प्रत्येकं फलकस्य ________ शीर्षाणि सन्ति।

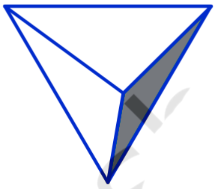


3. एकस्य त्रिभुजाकार-त्रिशङ्कोः आधारः एकः त्रिभुजः भवति। एषः चतुष्फलकम् इत्यपि कथ्यते।

   फलकम् : ___________

   प्रान्तभागाः : ___________

   कोणाः : ___________

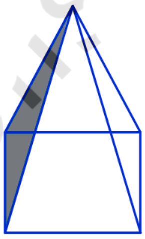


4. एकस्य वर्गत्रिशङ्कोः आधारः एकः वर्गः भवति।

   फलकम् : ___________

   प्रान्तभागाः : ___________

   कोणाः : ___________

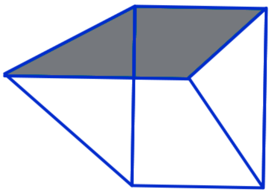


5. एकः त्रिभुजाकारः समपार्श्वः इत्याख्यः बहुरूपदर्शक-(Kaleidoscope) आकारकः भवति। अस्य आधारः अपि च उपरितनः शिरोभागः त्रिभुजाकारकः भवति।

   फलकम् : ___________

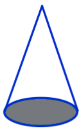
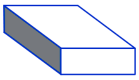
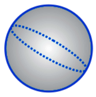
   प्रान्तभागाः : ___________

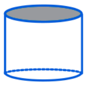
   कोणाः : ___________



अभ्यासः 5.9

1. संयोजयन्तु।

(a)	शङ्कुः	(i)	
(b)	गोलः	(ii)	
(c)	वेलनम्	(iii)	
(d)	घनाभः	(iv)	

(e) त्रिशङ्कुः (v) 

एतेषाम् आकाराणां कृते इतोऽपि उदाहरणद्वयं ददतु।

2. आकारान् अभिजानन्तु।

(a) भवतां ज्यामितिपेटिका

(b) एका इष्टिका

(c) एका अग्निपेटिका

(d) मार्गनिर्माण-वेलनयन्त्रम्

(e) एकं (मोदकम्) लड्डुकम्

वयं कस्मिन् विषये चर्चां कृतवन्तः

1. एकस्य रेखाखण्डस्य द्वयोः अन्तर्बिन्द्वोः मध्ये विद्यमानं दूरं तस्य दीर्घता इत्युच्यते।

2. रेखाखण्डानां तोलनं कर्तुम् एकस्याः अंशाङ्कित-मापिकायाः अपि च एकस्याः विभाजन्याः प्रयोगं कुर्मः।

3. यदा घट्याः एका सूची एकस्मात् स्थानात् अन्यत्र चलति तदा अस्माभिः तत्र कोणस्य एकम् उदाहरणं प्राप्यते।

   सूच्याः एकं सम्पूर्णं परिभ्रमणं 1 **भ्रमणम्** इत्युच्यते।

   समकोणः $\frac{1}{4}$ भ्रमणम् अस्ति एवम् **ऋजुकोणः** $\frac{1}{2}$ भ्रमणम् अस्ति। कोणान् अंशेषु मापयितुं चान्द्रिकायाः प्रयोगं कुर्मः।

   समकोणस्य मापः 90° एवम् ऋजुकोणस्य मापः 180° भवति। एकः कोणः यस्य मापः समकोणात् न्यूनः अस्ति, न्यूनकोणः इत्युच्यते। तथा च यस्य मापः समकोणात् अधिकः भवति। एवम् ऋजुकोणात् न्यूनः अस्ति तर्हि अधिककोणः इत्युच्यते।

   एकः प्रवर्तित-कोणः, ऋजुकोणात् अधिकः अपि च सम्पूर्णकोणात् न्यूनः भवति।

4. प्रतिच्छेदिरेखाद्वयं परस्परं लम्बरूपम् इत्युच्यते यदि तयोः मध्यस्थः कोणः 90° भवति।

5. एकस्य रेखाखण्डस्य लम्ब-समद्विभाजकः तदुपरि दीर्घता भवति तथा तं समानभागद्वये विभाजति।

6. कोणानाम् आधारेण त्रिभुजाः अधोलिखितप्रकारेण वर्गीकृताः भवन्ति।

त्रिभुजानां कोणानां प्रकारः	नाम
प्रत्येकं कोणः न्यूनकोणः	न्यूनकोणत्रिभुजः
एकः कोणः समकोणः	समकोणत्रिभुजः

एकः कोणः अधिककोणः	अधिककोणत्रिभुजः

7. भुजानां दीर्घतानाम् आधारेण त्रिभुजाः अधोलिखितप्रकारेण वर्गीकृताः भवन्ति।

त्रिभुजानां भुजानां स्वभावः	नाम
त्रयः अपि भुजाः असमानाः	विषमबाहुत्रिभुजः
द्वौ भुजौ समानौ	समद्विबाहुत्रिभुजः
त्रयः अपि भुजाः समानाः	समबाहुत्रिभुजः

8. बहुभुजानां नाम तेषां भुजानां सङ्ख्यायाः आधारेण अधोलिखितप्रकारकाः भवन्ति।

भुजानां सङ्ख्या	बहुभुजानां नाम
3	त्रिभुजः
4	चतुर्भुजः
5	पञ्चभुजः
6	षड्भुजः
8	अष्टभुजः

9. चतुर्भुजाः तेषां गुणानाम् आधारेण वर्गीकृताः भवन्ति।

गुणाः	चतुर्भुजानां नाम
समान्तर-रेखाणां युग्मः	समलम्ब-चतुर्भुजः
4 समकोणयुक्तः समानान्तरचतुर्भुजः	आयतः
4 समानभुजयुक्ताः समानान्तरचतुर्भुजाः	समचतुर्भुजः
4 समकोणयुक्तः समचतुर्भुजः	वर्गः

10. वयं स्वपरिवेशे अनेक-त्रिविमायुक्तान् आकारान् पश्यामः। एतेषु घनः, घनाभः, गोलः, वेलनं, शङ्कुः, त्रिशङ्कुः इत्यते आकाराः अन्तर्भवन्ति।